

# Uso de la Transformada de Haar para el incremento de la eficiencia y rapidez de la Transformada Discreta de Karhunen-Loève en la compresión de imágenes con pérdidas

Mario Mastriani<sup>1</sup> y Juliana Gambini<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Depto. de Ingeniería, Univ. Nac. de Tres de Febrero (UNTREF)

<sup>2</sup> Instituto de Ciencias, Univ. Nac. de Gral. Sarmiento (UNGS)

[mmastriani@untref.edu.ar](mailto:mmastriani@untref.edu.ar),

[mgambini@ungs.edu.ar](mailto:mgambini@ungs.edu.ar)

**Resumen** La Transformada Discreta de Karhunen-Loève (TDKL) es la transformada óptima (en una estadística de segundo orden) por excelencia y resulta ser la más eficiente entre todas las existentes a la hora de descorrelacionar bandas multi e hiperespectrales de satélites de teleobservación. Sin embargo resulta menos eficiente en algunas aplicaciones, como es el caso de la descorrelación intra-cuadros de los bloques en que se divide una imagen para su posterior compresión. En este trabajo se presenta una versión mejorada de la TDKL, que resuelve este problema. Las simulaciones demuestran que se ha alcanzado la misma eficiencia en la descorrelación intracuadro que en el caso inter-cuadro satelital.

**Keywords:** Compresión de Imágenes, Transformada de Karhunen-Loève, Transformada Wavelet

## 1. Introducción

Es bien sabido la importancia de la compresión en general y de las imágenes en particular a la hora de transmitir y almacenar las mismas para las más diversas aplicaciones: satelitales, médicas, multimediales, etc. [5,4]. La compresión de imágenes implica en sus dos versiones, con pérdidas y sin pérdidas un ahorro tanto de espacio en medios de almacenamiento como de tiempo en sistemas de transmisión analógicos y digitales. La transformada óptima por excelencia empleada para comprimir imágenes, es la Transformada Discreta de Karhunen-Loève (TDKL) [2], no obstante, presenta una serie de desventajas en sus diferentes aplicaciones. Entre las desventajas de la TDKL para poder ser empleada regularmente en sistemas de compresión, se destaca su elevada complejidad computacional. Si este aspecto fuera mejorado, el algoritmo de compresión resultante del uso de la TDKL tendría atributos excepcionales de compresión y calidad de la imagen final recuperada. En el caso de la compresión de bandas multi e hiperespectrales en la industria aeroespacial se emplea el esquema de compresión de

Tescher [1,3] el cual incluye la TDKL para descorrelacionar dichas bandas, mientras que en lo que respecta a la compresión de cada banda en si misma se emplea el algoritmo JPEG [7,10], aunque en la actualidad ha cobrado fuerza el uso del formato JPEG2000 [9].

Como parte de un esfuerzo de la Comisión Nacional de Actividades Espaciales (CONAE) para desarrollar un algoritmo similar de compresión inter-banda (entre las bandas de una plataforma multi y/o hiperespectral) [5], e intra-banda (entre los bloques a ser dividida cada banda), se nos encomendó el desarrollo de un algoritmo de compresión que fuera eficiente en ambos ámbitos, a los efectos de simplificar su embebido en la tecnología conocida como FPGA (Field Programmable Gate Array), empleada para acelerar los tiempos de compresión-descompresión en el back-end del software a desarrollar. Este desarrollo cobra particular relevancia dado que si el algoritmo fuera el mismo en los dos casos mencionados, el espacio ocupado en memoria de la FPGA se reduciría en gran medida.

La dificultad para realizar esta tarea reside en el hecho de que cuando los mosaicos son morfológicamente similares y además coincidentes en posición, es decir, sin desplazamiento lateral entre ellos, la TDKL resulta altamente eficiente a la hora de descorrelacionar los mosaicos [1,3], mientras que en el caso que o bien la morfología fuera diferente, o bien siendo similar existiera un desplazamiento de algún tipo, la eficiencia de descorrelación de la TDKL se degrada drásticamente. En otras palabras, cuando existe una Similitud Morfológica Equi-Posicional (SMEP) entre mosaicos o bandas, la TDKL se comporta eficientemente y no en todo otro caso [5,4].

Este trabajo presenta un método para generar artificialmente la elevación de este atributo conocido como SMEP a los efectos de poder emplear eficientemente la TDKL en todos aquellos casos donde naturalmente no es aconsejable por su baja performance de descorrelación.

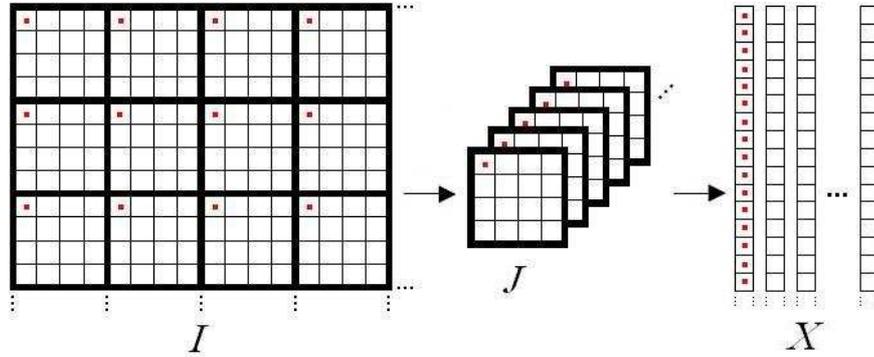
El presente trabajo está organizado de la siguiente manera: en la Sección 2 se muestra la TDKL, sus ventajas, desventajas, se presenta la formalización del SMEP y la transformada ondita de Haar; en la Sección 3 definimos las métricas que nos permitirán cuantificar el grado de SMEP y la calidad de la reconstrucción visual resultante del proceso de compresión/descompresión; en la Sección 4 se muestran los resultados obtenidos y finalmente en la Sección 5 se extraen conclusiones.

## **2. Transformada Discreta de Karhunen-Loève y Generación de SMEP**

Comenzaremos describiendo las herramientas utilizadas que se encuentran involucradas en la generación del SMEP.

El pimer paso es subdividir la imagen en bloques y el segundo es la recolección y alineación de los píxels de idéntica ubicación dentro de cada bloque. La Fig. 1 muestra un esquema de la realización de este proceso. En este caso los bloques

son de  $4 \times 4$  píxeles. Los bloques pueden estar solapados o no. En este trabajo se trabajará con bloques no solapados.



**Figura 1.** Recolección, alineación y vectorización de los bloques.

Dada una imagen  $I$  de  $nfI$  filas y  $ncI$  columnas, la recolección responde a un criterio de exploración de los bloques, para más detalle ver [5]. La etapa intermedia de alineación de los mosaicos permite construir una matriz tridimensional  $J$ , en el caso de la figura, de dimensiones  $nf m = 4$ ,  $nc m = 4$ ,  $nm = (nfI/nf m) \times (ncI/nc m)$  donde  $nf m$  es el número de filas de los mosaicos,  $nc m$  es el número de columnas de los mosaicos y  $nm$  número de mosaicos. Posteriormente se exploran por filas los píxeles de cada bloque, constituyendo vectores con los valores correspondientes a posiciones idénticas, lo cual da lugar a una matriz bidimensional  $X$  sobre la que finalmente se aplicará la TDKL. La dimensión de dicha matriz para este caso es  $nf X = nm$  y  $nc X = 16$  el número de filas y columnas de  $X$ , respectivamente [8,6].

El procedimiento de aplicación de la TKDL sobre la matriz bidimensional  $X$  comienza con la creación de la matriz de covarianza de la misma [2]:

$$C_x = E\{(X - m_x)(X - m_x)^t\}$$

donde  $X = [x_1, x_2, \dots, x_h] \in \mathcal{R}^{nm \times h}$ ,  $h = nm \times nc m$ ,  $x_k \in \mathcal{R}^{nm \times 1}$  es su  $k$ -ésima columna, para  $k = 1, \dots, h$ ,  $E\{\bullet\}$  es la esperanza matemática y  $m_x$  es la media aritmética.

Por lo tanto,

$$C_x = \frac{1}{nf m * nc m} \sum_{k=1}^{nf m * nc m} (x_k - m_x)(x_k - m_x)^t \quad (1)$$

y

$$m_x = \frac{1}{nfm * ncm} \sum_{k=1}^{nfm * ncm} x_k \quad (2)$$

Calculamos los autovalores y autovectores de la matriz  $C_x$  y luego ordenamos los autovalores en forma decreciente, obteniendo  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$  y  $\{v_1, \dots, v_N\}$  de esta matriz, tomamos los autovectores que nos interesan  $v_1, \dots, v_q$ , con  $q \leq N$  y los acomodamos en las columnas de una matriz  $V$ . Entonces obtenemos la TDKL como

$$y_k = V^t(x_k - m_x) \quad (3)$$

Tomando  $y_k$  como la k-ésima columna de la matriz  $Y$ , obtenemos

$$C_y = E\{YY^t\} \quad (4)$$

Reemplazando la ecuación (3) en la ecuación (4), obtenemos

$$C_y = E\{V^t(X - m_x)(V(X - m_x))^t\} \quad (5)$$

$$= E\{V^t(X - m_x)(X - m_x)^tV\} \quad (6)$$

$$= V^tE\{(X - m_x)(X - m_x)^t\}V \quad (7)$$

$$(8)$$

y por lo tanto resulta

$$C_y = V^tC_xV = A_y \quad (9)$$

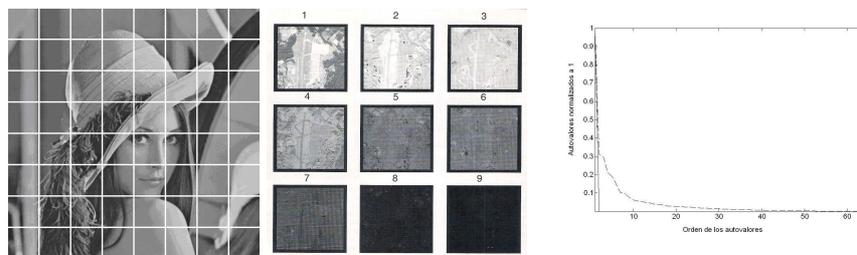
donde  $A_y$  es una matriz diagonal que contiene los autovalores de la matriz  $C_x$  ordenados en forma decreciente. Dado que la matriz  $C_x$  es simétrica definida positiva, todos los autovalores son reales y positivos. Además la matriz  $V$  es ortogonal, por lo tanto  $V^{-1} = V^t$  y luego la transformada TDKL inversa resulta:

$$X = VY + m_x \quad (10)$$

## 2.1. Eficiencia en la descorrelación de la TDKL

El problema reside en el hecho de que la TDKL es ineficiente a la hora de ser aplicada a la compresión de una imagen que es subdividida en mosaicos de idéntica dimensión, pero de diferente morfología. Cuando la TDKL es aplicada a bandas multi o hiperespectrales de una plataforma satelital de teleobservación la eficiencia es extremadamente alta, dado que dichas bandas representan a la misma parcela focalizada a distintas longitudes de onda [1,3]. La clave se encuentra en la distribución de autovalores de la matriz de autocorrelación que se construye a partir de los mosaicos en los que se divide la imagen, es decir, la diagonal de la matriz de la ecuación (9).

La Fig. 2(a) muestra un ejemplo donde cada uno de sus mosaicos representa una porción de la imagen, donde son todos distintos entre si. Si aplicamos a esta imagen la TDKL obtenemos una eficiencia mu baja en la decorrelación. Esto se observa en la Fig. 2(c) La Fig. 2(c) muestra el gráfico de los autovalores normalizados de la matriz de covarianzas de la Fig. 2(a), en función de su orden, representado con la línea punteada. Se observa que la curva decrece lentamente y esto equivale a una eficiencia de decorrelación entre mosaicos muy baja. Mientras que si se realiza la misma operación para la imagen de la Fig. 2(b), donde las bandas son morfológicamente similares y perfectamente coincidentes píxel-a-píxel (más allá del distinto nivel de brillo y contraste entre ellas debido a las diferentes longitudes de onda de cada una de ellas) la graficación de la diagonal de (9) para este caso la podemos apreciar en la línea continua de la Fig. 2(c). Se observa que la curva decrece abruptamente, lo que equivale a una eficiencia de decorrelación extremadamente alta. La Fig. 2(c) muestra como curva correspondiente a la Fig. 2(b), con línea llena decrece muy rápidamente, mientras que la línea puntada, correspondiente a la Fig. 2(a) decrece más lentamente.



(a) Imagen de Lena dividida en mosaicos de  $64 \times 64$  píxeles. (b) Bandas Multiresolución. (c) Espectro normalizado de autovalores. Línea punteada para los bloques de la Figura 2(a). Línea continua para las bandas de la Figura 2(b).

**Figura 2.** Dos tipos de Imágenes diferentes y el espectro de autovalores

## 2.2. Onditas de Haar

El atributo que evaluamos para medir la eficiencia en la decorrelación es la Similitud Morfológica Equi-Posicional (SMEP) entre mosaicos o bandas. Cuando este atributo es alto, la decorrelación es altamente eficiente, cuando es bajo no.

El objetivo de este trabajo es provocar artificialmente SMEP en los casos donde éste no se da naturalmente como es el caso de imágenes monocuadro, que es la razón por la cual no se usa hasta ahora la TDKL como parte de un esquema de compresión de las mismas [5,4].

Del análisis del caso de la Fig.4 surge la idea de probar con alguna transformada que siendo aplicada antes de la TDKL, genere tantas bandas como bloques

se desee y del tamaño requerido por estos, pero que además todos los bloques posean Similitud Morfológica Equi-Posicional, es decir, SMEP. Unas candidatas que parecen reunir estas dos condiciones son las onditas en general, y las onditas de Haar en particular, especialmente por su sencillez y tratabilidad [5,4,8,6].

Las onditas de Haar representan las más simples bases de onditas para transformadas de onditas discretas.

La ondita de Haar es una secuencia de funciones. Esta secuencia fue propuesta en 1909 por Alfréd Haar [8]. Haar usó estas funciones para dar un ejemplo de un sistema ortonormal cuantificable para el espacio de funciones integrables cuadráticas sobre el eje real. El estudio de las onditas fue adoptado posteriormente. Haar es un caso especial de las onditas de Daubechies, y es conocida como D2. La desventaja de la técnica de la ondita de Haar reside en el hecho de que no es continua, y por lo tanto no diferenciable. Esta propiedad puede, no obstante, ser una ventaja para el análisis de señales con transiciones abruptas, tales como las señales de monitoreo de fallas de herramientas en motores.

La función madre de ondita de Haar  $\psi(t)$  puede ser escrita como

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < \frac{1}{2} \\ -1 & \text{si } \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (11)$$

La utilización de esta transformada permite el aumento del SMEP de manera que se obtiene el CODEC y DECODEC:

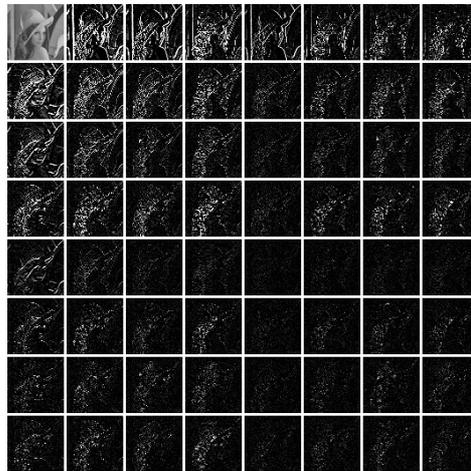
CODEC:

1. Sistema generador de SMEP (el cual subdivide a la imagen en bloques).
2. TDKL
3. Evaluación y poda
4. Cuantización
5. Compresión entrópica

DECODEC:

1. Descompresión entrópica
2. Decuantización
3. Completar con ceros (zero-padding)
4.  $\text{TDKL}^{-1}$  (TDK inversa)
5. Sistema restaurador de SMEP (el cual reensambla la imagen a partir de los mosaicos).

El punto 1 del CODEC consiste en la aplicación recursiva de la transformada de Haar a todos los cuadrantes resultantes de su aplicación anterior y la organización de los mismos mediante el barrido de Morton, el cual consiste en un barrido con la forma de una Z de los bloques resultantes y una nueva aplicación con esa secuencia de la transformada de Haar. La grilla resultante de este proceso, se muestra en la Figura 3.



**Figura 3.** Resultado de aplicar la Transformada de Haar recursivamente a la imagen de la Fig.2(a).

En la Fig. 3 puede observarse el SMEP entre los bloques, siendo el espectro de autovalores resultante, muy similar al de la Fig. 2(b), donde solo el primer autovalor posee un valor relevante, mientras que el resto son prácticamente cero, lo cual es una condición imprescindible para que se puedan podar estos últimos sin impactar en la calidad final de la imagen recuperada luego del DECODEC. Por otra parte, el SMEP permite obtener los resultados de calidad de imagen que se mostrarán en la sección siguiente manteniendo grande el tamaño de los mosaicos, lo cual implica una menor cantidad de ellos que a su vez se traduce en un bajo costo computacional, dado que este último depende en la TDKL de la cantidad de mosaicos, por lo que cuando más grandes puedan ser estos, más pequeña será la matriz de autocorrelación  $C_x$ , y por ende, menor el costo computacional resultante. En definitiva es el SMEP el que hace a la TDKL rápida y eficiente.

### 3. Métricas

Definimos 2 grupos de métricas:

1. Métricas de calidad de reconstrucción.

- a) Mean Squared Error (MSE):

Se define para dos imágenes monocromáticas  $I$  e  $I_d$  de dimensiones  $n \times I \times ncI$ , donde la primera es la imagen original, mientras que la segunda es

la resultante del proceso de compresión/descompresión con pérdidas.

$$MSE = \frac{1}{nfI \times ncI} \sum_{i=1}^{nfI} \sum_{j=1}^{ncI} \|I(i, j) - Id(i, j)\| \quad (12)$$

b) Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR):

Es utilizada como una medida de la calidad de reconstrucción en la compresión de imágenes. Se define más fácilmente via el  $MSE$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{MAX_I^2}{MSE} \right) \quad (13)$$

donde  $MAX_I = \max_{(i,j)} I(i, j)$ .

c) Tasa de Compresión (TC) Esta definida como la tasa entre la dimensión de los datos sin comprimir (DDSC) y la dimensión de los datos comprimidos (DDC):

$$TC = \frac{DDSC(bytes)}{DDC(bytes)} \quad (14)$$

d) Número de bits por pixel (bpp) Se define como:

$$bpp = \frac{cantidad\ de\ bits\ codificados}{cantidad\ de\ pixels} \quad (15)$$

2. Métricas de contenido de SMEP.

Dados  $\{\lambda_1 \dots \lambda_N\}$  los autovalores ordenados en forma decreciente.

a) First Gap Percent (FGP):

$$FGP = \left( 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \times 100 \% \quad (16)$$

Dado que el espectro de autovalores es monótonamente decreciente, si el SMEP es alto, esta diferencia debería ser porcentualmente elevada, como es el caso de la Fig. 2(b), y se correspondería con la línea llena de la Fig. 2(c), donde el primer autovalor normalizado es 1, mientras que el segundo se confunde con el eje de abscisas. En el caso de la Fig. 2(a), al ser los mosaicos diferentes, este gap es porcentualmente bajo, como muestra la línea segmentada de la Fig. 2(c). La misma figura nos muestra que un gran número de autovalores tienen valores considerablemente por encima de cero, lo cual no nos permitirá una compresión eficiente mediante poda, si queremos deshacernos de los mosaicos que menos aportan a la imagen final al momento de la reconstrucción.

b) First vs Rest Percent (FRP):

$$FRP = \left( 1 - \frac{\lambda_2 - \lambda_N}{\lambda_1} \right) \times 100 \% \quad (17)$$

y nos da la noción del peso de  $\lambda_1$  respecto de la diferencia entre  $\lambda_2$  y  $\lambda_N$ .

c) First Percent (FP): Esta última métrica se define como:

$$FP = \frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \times 100 \% \quad (18)$$

y nos da la noción del peso de  $\lambda_1$  respecto del espectro completo.

## 4. Resultados

En esta sección comparamos los métodos TDKL con y sin SMEP y TDKL vs. JPEG y JPEG2000 en base a las métricas definidas en la sección anterior y que permiten cuantificar la calidad de reconstrucción de la imagen que atraviesa el proceso de compresión/descompresión.

En la Simulación 1 comparamos el uso de la TDKL en la que se dividirá la imagen en bloques como se indica en la Fig. 2(a) sin la aplicación de la ondita de Haar versus el caso en el que si se aplica Haar, como es el caso de la Fig. 3 para compresión y descompresión. De esta forma, podremos apreciar el aporte al aumento del grado de SMEP introducido por el uso de dicha ondita. En la Simulación 2, en cambio, comparamos los resultados de aplicar la combinación Haar y TDKL a una imagen como la de la Fig. 3, como se lo describe en el códec/decodec de la Sección 2.2 versus tratar su compresión con JPEG y JPEG2000.

En ambas simulaciones evaluaremos el error pixel-a-pixel entre la imagen original y la recuperada.

### 4.1. Simulaciones 1

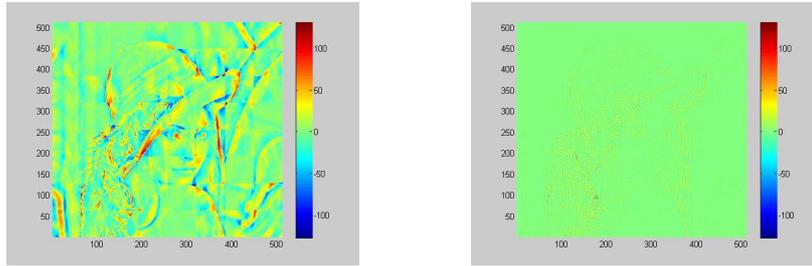
En esta simulación se emplearon bloques de 64-por-64 pixeles para ambos casos, es decir, sin y con SMEP (uso de Haar antes de la TDKL).

La Fig. 4 muestra el error pixel-a-pixel entre la imagen original y la recuperada contra una paleta de colores. Los colores en escala de la paleta nos dan la noción del error de recuperación. Se nota la mejora introducida por el SMEP a la hora de reducir dicho error, dado que el error píxel-a-píxel de la Fig. 4 (izquierda) es muy inferior al de la Fig. 4 (derecha).

La Tabla 1 cuantifica el primer grupo de métricas de la Sección 3 para ambos casos, es decir, a similar TC y bpp, la versión con SMEP tiene un MSE de casi el 10% de la versión sin SMEP, además de un marcado aumento del PSNR de casi 10 dB.

Por otra parte, la Tabla 2 nos proporciona los valores medidos del segundo grupo de métricas definidas en la Sección 3 para los casos de las Figuras 2(b) y 3. Como podemos apreciar en esta tabla, la Fig. 2(a) evidencia una marcada ausencia del atributo, mientras que la Fig. 3, todo lo contrario.

Esta tabla pone en evidencia claramente que la intervención de la ondita de Haar previo al empleo de la TDKL hace aumentar el grado de SMEP como se puede observar por el incremento del porcentaje en las tres métricas involucradas.



**Figura 4.** Derecha: Error pixel-a-pixel sin SMEP. Izquierda: Error pixel-a-pixel con SMEP.

SMEP	Métrica			
	TC	bpp	MSE	PSNR
sin	15.6935	0.0640	48.5315	31.2706
con	15.6935	0.0640	424.5221	21.8518

**Cuadro 1.** Tabla de diferentes métricas.

Figura	Métrica		
	FGP	FRP	FP
2(a)	68.7584	68.77854	30.8915
6	94.1559	94.1601	87.8554

**Cuadro 2.** Tabla de medición de la métrica para cada figura.

Mientras que el incremento en FGP y FRP usando la ondita de Haar es del 38 %, en FP el mencionado incremento es del 190 %. Esto le permite competir de igual a igual con JPEG y JPEG2000 sin inconvenientes.

Para observar la reducción de la complejidad computacional con el incremento del SMEP calculamos los siguientes valores:

$$nm_s = \frac{nfI.ncI}{nfm_s.ncm_s} \quad (19)$$

$$nm_c = \frac{nfI.ncI}{nfm_c.ncm_c} \quad (20)$$

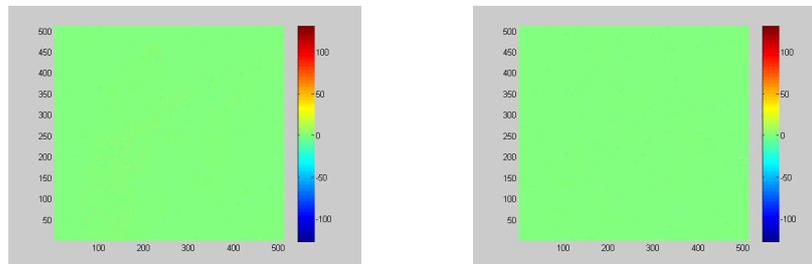
donde  $nfm_s$  es la cantidad de filas de los mosaicos sin SMEP,  $ncm_s$  la cantidad de columnas de los mosaicos sin SMEP,  $nm_s$  la cantidad de mosaicos (profundidad) sin SMEP,  $nfm_c$  la cantidad de filas de los mosaicos con SMEP,  $ncm_c$  la cantidad de columnas de los mosaicos con SMEP y  $nm_c$  la cantidad de mosaicos (profundidad) con SMEP.

Como  $nm_s \gg nm_c$ , resulta  $L = \frac{nm_c}{nm_s} \gg 1$ . Por otro lado, la complejidad de la TDKL es  $O(N^3)$ , entonces si  $nfI \approx ncI \approx N$ , la complejidad computacional pasa a ser  $O(N^3/L)$ , mucho menor. Además, al ser mucho menor la cantidad de mosaicos, se reduce el tamaño de la matriz de autocorrelación  $C_x$ , la cual depende directamente de este parámetro y por ende la velocidad del algoritmo para hallar los autovalores y autovectores de la TDKL [5,1].

## 4.2. Simulaciones 2

En esta simulación se emplearon bloques de 32-por-32 pixeles para que la versión con SMEP (uso de Haar antes de la TDKL) pueda enfrentar con eficiencia a JPEG y JPEG2000.

La Figura 5 muestra el error que se obtiene pixel a pixel al comprimir sin SMEP (derecha) y al comprimir con SMEP (izquierda).



**Figura 5.** Derecha: Error pixel-a-pixel sin SMEP. Izquierda: Error pixel-a-pixel en JPEG.

En ambos casos el error es similarmente imperceptible contra la escala de colores de la paleta a la derecha de la figura. No obstante, se debe tener en cuenta que JPEG utiliza bloques de 8-por-8 pixeles, con el incremento en la cantidad de bloques que esto implica y con el aumento en la complejidad que esto conlleva frente a la técnica propuesta. En otras palabras, ambos producen la misma distorsión visual (extremadamente baja) pero en el caso de la técnica propuesta a un costo computacional sustancialmente inferior, con todo lo que esto representa en los sistemas de comunicaciones y almacenamiento.

La Tabla 3 muestra los resultados de calcular las 4 medidas de reconstrucción para la imagen de la Fig. 2(a) con tres métodos de compresión: sin SMEP, JPEG y JPEG2000

## 5. Conclusiones

Las simulaciones muestran mediante las figuras el error pixel-a-pixel contra una paleta de colores donde el valor cero se corresponden con el color verde.

Técnica	Métrica			
	TC	bbp	MSE	PSNR
sin SMEP	15.6935	0.0640	9.5315	38.2706
JPEG	8.9358	0.1124	8.7869	38.7924
JPEG2000	9.9921	0.1005	10.4207	37.9518

**Cuadro 3.** Tabla de Comparaciones.

En particular, las Simulaciones 1 muestran la Fig. 4 con el error píxel-a-píxel mucho mayor en el caso sin SMEP comparado con el caso con SMEP. La Tabla 1 evidencia la diferencia en los valores de MSE y PSNR a favor del caso con SMEP, para una misma TC y bpp.

Por otro lado, las Simulaciones 2 muestran a partir del la Fig. 5 y la Tabla 3 que la técnica con SMEP es la mejor, aun para bloques de 64-por-64 pixeles. Si se hubieran usado bloques de con 16 u 8 como el caso de JPEG y JPEG2000 se habría obtenido una mejora notable y muy por encima de ambas técnicas, pero con mayor tiempo de cálculo. No obstante, y con bloques grandes los errores de pixeles son idénticos, lo cual la hace mucho más rápida.

## Referencias

1. Epstein B.R. Multispectral KLT-wavelet data compression for Landsat thematic mapper images. In *Data Compression Conference*, pages 200–208, March 1992.
2. A. K. Jain. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
3. J. Lee. Optimized quadtree for Karhunen-Loève Transform in multispectral image coding. *IEEE Transactions on Image Processing*, 8(4):453–461, 1999.
4. M. Mastriani. *Decorrelación espacial rápida y de alta eficiencia para compresión de imágenes con pérdidas*. PhD thesis, Departamento de Computación, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, 2009.
5. M. Mastriani. Union is Strength in Lossy Image Compression. *International Journal of Signal Processing*, 5(2):112–119, 2009.
6. M. Mastriani and A. Giraldez. Smoothing of coefficients in wavelet domain for speckle reduction in Synthetic Aperture Radar images. *ICGST International Journal on Graphics, Vision and Image Processing (GVIP)*, pages 1–8, 2005.
7. W. Pennebaker and J. Mitchell. *JPEG still image compression standard*. Kluwer Academic Publisher, 1993.
8. E. J. Stollnitz, T. D. DeRose, and D. H. Salesin. *Wavelets for Computer Graphics (Theory and Applications)*. Morgan Kaufmann Publishers, 1996.
9. D. S. Taubman and M. W. Marcellin. *JPEG2000: Fundamentals, Standards and Practice*. Kluwer Academic Publisher, 2002.
10. G. Wallace. The JPEG still picture compression standard. *Communications of the ACM*, 34(4):30–44, 1991.