

Autómata de Lattice Boltzmann para modelar la difusión óptica en materiales translúcidos

G. Maso Talou¹, C. A. Bulant¹, J. P. D'Amato^{1,2}, A. Clause^{1,2,3}, J. Pomarico^{1,2}, D. Iriarte^{1,2}, O. Di Rocco^{1,2}

¹ Universidad Nacional del Centro Prov. Bs.As, Tandil, Argentina

² Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas CONICET

³ Comisión Nacional de Energía Atómica CONEA

pladema@exa.unicen.edu.ar

Abstract. La interrogación de objetos translúcidos mediante luz láser en el rango infrarrojo cercano es una técnica para recabar información tomográfica que está siendo usada cada vez más en diagnóstico médico y en inspecciones industriales. En este trabajo se presenta una estrategia para la simulación de la difusión de luz visible en materiales translúcidos basada en el método de Lattice Boltzmann (LBM). LBM es un autómata celular que simula fenómenos de transporte a nivel macroscópico mediante una representación mesoscópica, muy fácil de implementar y altamente paralelizable. En nuestro caso el transporte de fotones en la materia se modela mediante una matriz de colisión y absorción definida en cada celda del dominio espacial simulado. La grilla de soporte es tridimensional y los resultados son visualizados superponiendo los elementos de una malla triangular. El modelo fue validado con datos experimentales medidos en un fantoma de laboratorio. Se presentan también las posibles aplicaciones del autómata en un motor de visualización.

Keywords: Lattice-Boltzmann, Fotónica, Iluminación, Visualización.

1 Introducción

El método de Lattice-Boltzmann (LBM) es una alternativa computacional a los métodos de elementos finitos o diferencias finitas para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales [1], [3], [4], [5], [6]. Aunque generalmente LBM fue aplicado al modelado de fluidos, el método es suficientemente flexible como para simular otros transportes, como el tráfico de automóviles. LBM también ha sido aplicado con éxito computación gráfica [9], [13].

La representación base de LBM es una grilla espacial regular que representa el dominio de interés. Cada nodo de la grilla tiene asociado un conjunto de escalares que se corresponden con un conjunto de velocidades permitidas, las cuales definen el vecindario de un nodo. Los escalares, llamados función distribución, representan el número de partículas mesoscópicas que tienen cada velocidad permitida. En tres dimensiones, se pueden definir una gran variedad de configuraciones de grilla. La configuración más común es una grilla rectangular con vecinos dados por los puntos que no son vértices del cubo de un vecindario de 3 nodos de lado. Esto genera un sistema de 18 direcciones de vecinos y una dirección adicional correspondiente a velocidad cero (Fig. 1).

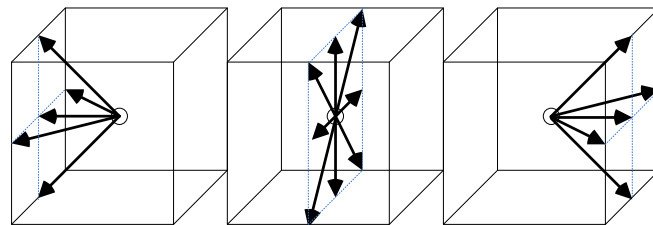


Fig. 1: Vecindad 3D de 18 vecinos. Para una misma celda, las direcciones hacia atrás (izquierda), centrales (medio), hacia adelante (derecha).

El estado de cada nodo se actualiza de acuerdo a reglas de distribución de las partículas. Hay diferentes formulaciones matemáticas de estas reglas. Para fluidos en general la regla requiere el cálculo de las variables macroscópicas, que son momentos de la función distribución. También pueden expresarse las reglas de evolución

como una transición de estados, en forma análoga a como se define un autómata finito. En ese caso la evolución está gobernada por una matriz, M , cuyos elementos m_{ij} representan la fracción de partículas en dirección j que será desviada en el paso siguiente a la dirección i . En estos términos, la actualización de la función de distribución f se expresa como:

$$f(t) = Mf(t-1) . \quad (1)$$

Para simular fluidos, en general la matriz M es función de f . En este trabajo se mostrará que, al contrario que con fluidos, la simulación del transporte de luz en la materia puede lograrse con una matriz independiente de f , pero dependiente de la celda. El modelo LBM resultante fue aplicado a la simulación de iluminación de objetos translúcidos, y fue validado con datos experimentales de difusión de luz láser en un fantoma de laboratorio.

2 Modelo de transporte de luz en medios translúcidos

La transmisión de luz en medios translúcidos es esencialmente un proceso de difusión anisotrópica y absorción [2], [12]. Hay varios métodos numéricos para simular estos procesos, entre los cuales se puede mencionar el método de la radiosidad [11], métodos ordinales discretos [10], [8], y la descomposición en armónicos esféricos [7].

El modelo de transporte de luz que se propone en el presente trabajo está basado en una representación discreta del tiempo, espacio y direcciones de propagación. Siguiendo la aproximación de LBM, se postula que los fotones se propagan solamente en las direcciones de los arcos de la grilla de soporte, que son absorbidos en el paso por estos arcos, y que en los nodos se dispersan por colisión con la materia. La regla de actualización del autómata es entonces:

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i, t+1) = M_i f(\vec{x}, t) , \quad (2)$$

donde $f_i(\vec{x}, t)$ es la población de fotones en (\vec{x}, t) que se desplazan en la dirección \vec{c}_i , $f(\vec{x}, t)$ es el arreglo con la población de todas las direcciones, y M_i es la fila i de la matriz de transición M que en general es dependiente del material del medio y de los parámetros de la grilla. Usando la vecindad 3D de 18 vecinos (Fig. 1), las direcciones \vec{c}_i ($i=0,1,2,\dots,8$) están definidas por los vectores que unen el centro de un cubo elemental (*i.e.* de lado igual al parámetro de grilla) con los nodos vecinos que no son vértices (Fig. 1), y $\vec{c}_0 = (0,0,0)$ se interpreta como el estado de fotón absorbido por el medio.

En el presente trabajo se supuso que la dispersión de fotones es isotrópica, lo cual simplifica la construcción de la matriz M , pero la metodología es extendible a medios anisotrópicos. En el caso isotrópico el medio se describe con los coeficientes μ_a y μ_s , que representan las tasas de absorción y de scattering por unidad de longitud recorrida por un fotón. La probabilidad de que un fotón interactúe con el medio al recorrer un arco \vec{c}_i entre dos nodos viene dada por:

$$p_i = 1 - e^{-\mu_t c_i} , \quad (3)$$

donde $\mu_t = \mu_s + \mu_a$ se denomina coeficiente de interacción.

La probabilidad de que un fotón sufra una transición de la dirección i a la dirección j es el elemento m_{ij} de la matriz M . Para $i=0$ se tiene:

$$m_{0j} = \begin{cases} 1, & j = 0 \\ \frac{\mu_a}{\mu_t} p_i, & j > 0 \end{cases} , \quad (4)$$

y para las $i > 0$:

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & , j = 0 \\ \frac{1}{18} \frac{\mu_s}{\mu_t} p_i & , j \neq i \\ 1 - p_i + \frac{1}{18} \frac{\mu_s}{\mu_t} p_i & , j = i \end{cases} \quad (4)$$

Nótese que M es una matriz estocástica, por lo cual la suma de todas las columnas es igual a 1.

3 Resultados

Para validar el método se diseñó un experimento en un ambiente controlado de laboratorio que simula tejidos orgánicos. La Fig. 2 muestra un esquema del aparato experimental que está conformado por cuatro elementos principales:

- *Cuba*: recipiente de vidrio de 24 cm de alto, 24 cm de ancho y 5 cm de profundidad, llena de un medio lechoso, cuyas propiedades son $\mu_a = 0.08 \text{ cm}^{-1}$ y $\mu_s = 49 \text{ cm}^{-1}$, similares a los del tejido humano.
- *Fuente emisora*: láser que emite un haz de sección circular de 0.2 cm de diámetro en el espectro de longitud de onda NIR. El haz entra por el centro de una de las caras laterales de la cuba.
- *Cámara CCD*: Consiste en un panel rectangular de detectores de fotones, cuyo centro está alineado con la fuente emisora en la cara opuesta de la cuba. La fotografía tomada corresponde a los 10 cm de ancho y 6.6 cm de alto situados en el centro del a cara opuesta al láser.
- *Cilindros*: En el interior de la cuba se colocaron dos cilindros con los ejes alineados verticalmente, paralelos uno respecto al otro, y con una separación de 2.8 cm entre centros (Fig. 3). Cada cilindro tiene un radio de 0.7 cm y una altura igual a la de la cuba. Los cilindros son de material m_1 y m_2 respectivamente. Los coeficientes de interacción de m_1 y m_2 son respectivamente $\mu_a = 0.16 \text{ cm}^{-1}$ y $\mu_s = 51.5 \text{ cm}^{-1}$, $\mu_a = 0.32 \text{ cm}^{-1}$ y $\mu_s = 51.5 \text{ cm}^{-1}$.

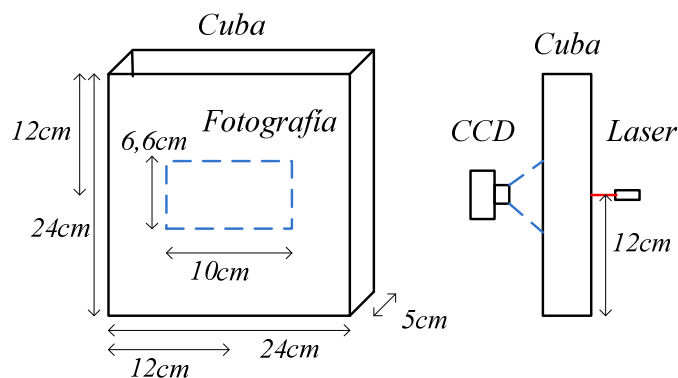


Fig. 2. Diagrama del aparato experimental con la disposición de los elementos. Vista frontal de la cuba, con la sección capturada por la fotografía (izquierda), vista lateral de la cuba con la ubicación del Láser y la CCD (derecha).

El experimento consistió en tomar fotografías de la luz que llega a la cámara CCD poniendo los cilindros en distintas posiciones. El conjunto de posiciones corresponden a rotaciones de los centros de los cilindros en 35 ángulos incrementales de 10° en sentido antihorario (Fig. 3). También se tomó una fotografía de la cuba llena de líquido sin los cilindros. En la Fig. 4 se muestra un gráfico de la distribución de intensidad detectada con la cuba sin cilindros y con los cilindros colocados a 90° . Las magnitudes graficadas están normalizadas en el intervalo $[0,1]$.

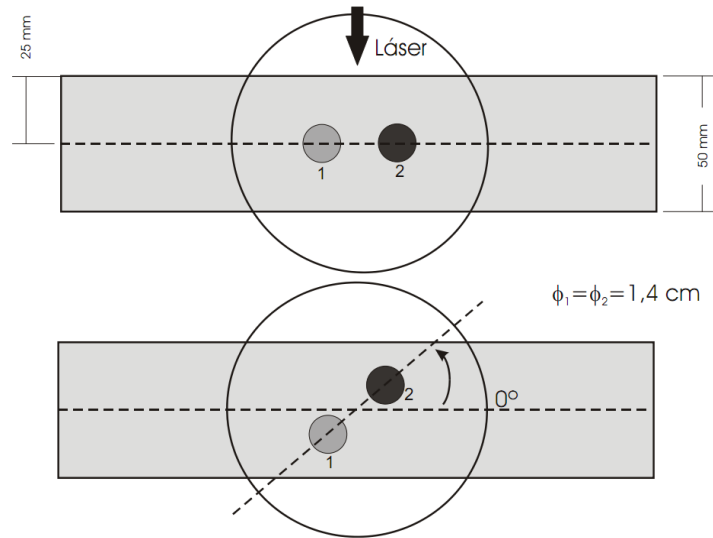


Fig. 3. Procedimiento de rotación del experimento.

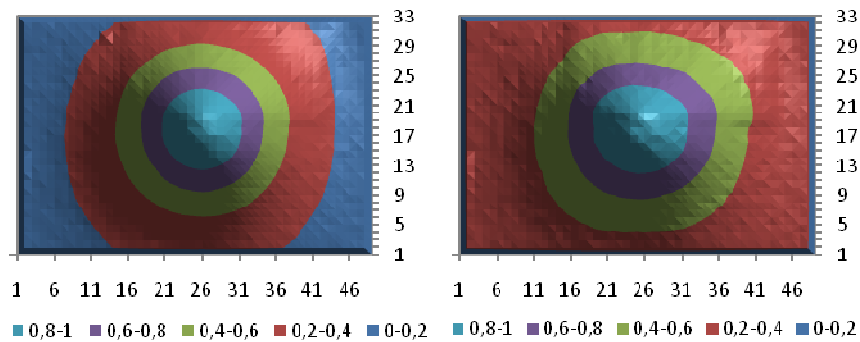


Fig. 4. Mapa de contornos de intensidad experimental con la cuba sin cilindros (izquierda) y con los cilindros colocados a 90° (derecha).

La cuba descrita fue representada por una grilla de $120 \times 120 \times 25$ celdas cúbicas de 2 mm de lado. A cada celda se le asignaron coeficientes de absorción y scattering de acuerdo al material de la posición correspondiente en el experimento. La fuente de luz fue simulada utilizando la celda central de la cara posterior de la cuba, fijándose en 1 la f en la dirección entrante perpendicular a la cara y 0 a las demás direcciones. En la Fig. 5 se comparan los perfiles horizontales del centro de la imagen experimental, obtenidas para distintas configuraciones, con el correspondiente resultado numérico. Puede verse que el autómatas LBM sigue muy bien la distribución observada.

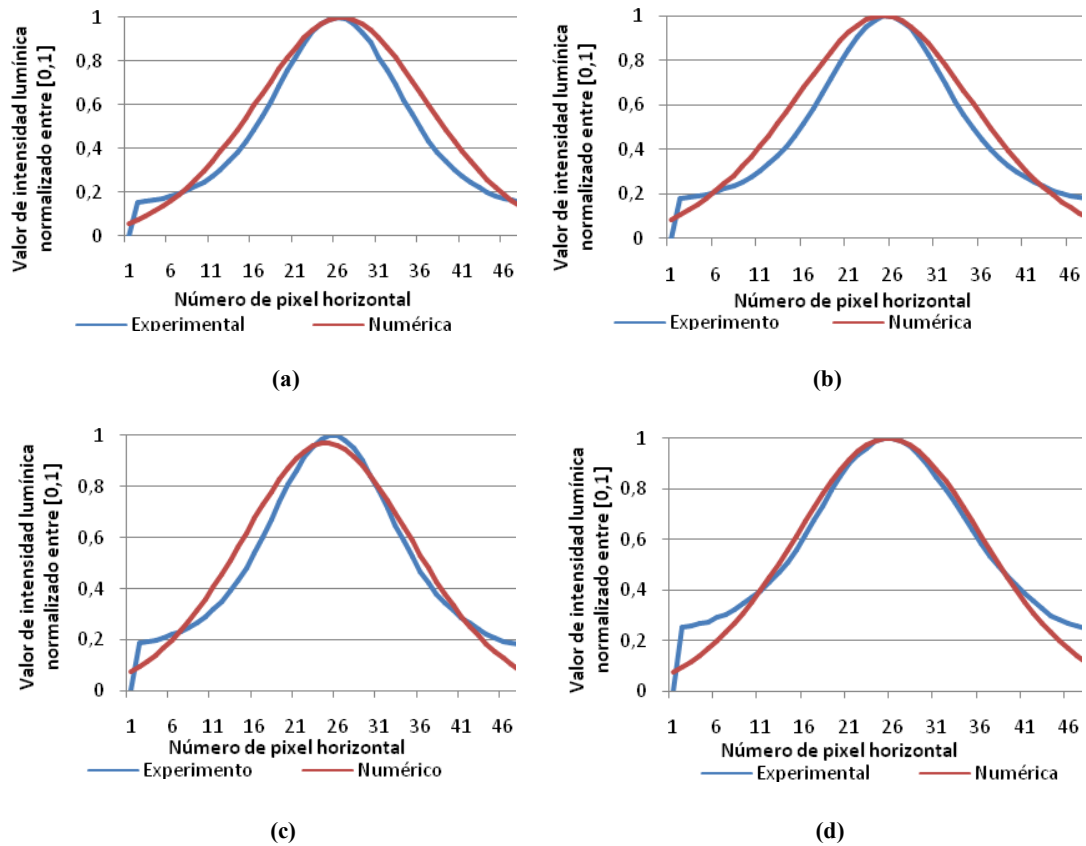


Fig. 5. Perfiles horizontales de intensidad tomados en el centro de la imagen experimental, para (a) la cuba sin cilindros, (b) los cilindros a 0°, (c) 40°, y (d) 90°.

En la Fig. 6 se muestra una visualización del campo de intensidades en el plano horizontal medio. Puede observarse como la luz se absorbe más en uno de los cilindros debido a la diferencia de los coeficientes de absorción. Esta información proporcionada por el modelo numérico puede ser útil para el diseño de ensayos ópticos.

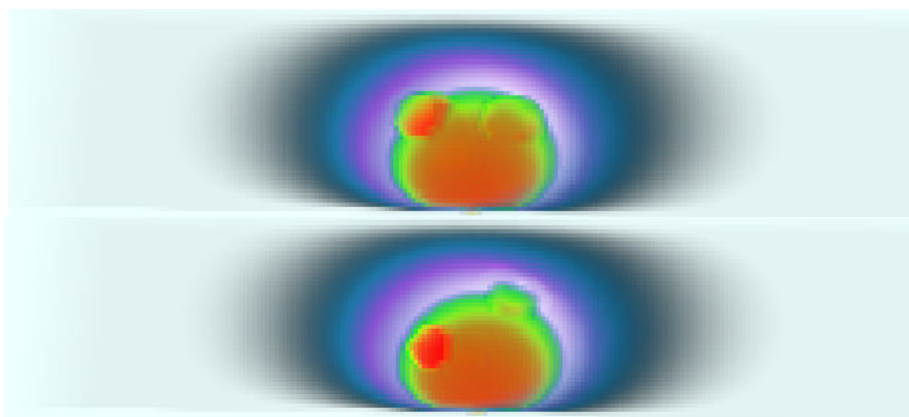


Fig. 6. Población de fotones en el plano horizontal medio con cilindros a 0° (arriba) y 40° (abajo).

Análogamente a la reconstrucción tomográfica de rayos x, combinando las imágenes experimentales de todos los ángulos en principio es posible inferir información sobre la configuración de los cilindros. Para ello hay que resolver el problema inverso. Por ejemplo, dadas las imágenes producidas en la cámara CCD por los cilindros colocados a diferentes ángulos, encontrar cuál es la posición relativa de un cilindro respecto del otro. Para realizar este cálculo se tomó como referencia la posición del cilindro 1 en la configuración a 0° , y se simuló numéricamente las imágenes producidas colocando al cilindro 2 en diferentes posiciones relativas respecto a la referencia. Las imágenes numéricas se compararon con las experimentales calculando la suma de las desviaciones cuadráticas píxel-a-píxel sobre todos los ángulos. En la Fig. 7 se grafica la desviación cuadrática obtenida moviendo el cilindro 2 en dirección perpendicular al segmento que une sus centros en la vista a 0° (se ilustra en el gráfico abajo a la izquierda). Puede observarse que el autómata LBM encuentra la mínima desviación alrededor de $x=0$, que es la posición del cilindro 2 en el experimento. De manera análoga pueden inferirse otros datos de la estructura interna de los objetos iluminados con láser, y eventualmente reconstruir una tomografía óptica. Esto sin embargo requerirá algoritmos de búsqueda más eficientes que un simple *back-tracking*, ya que los tiempos de cálculo son largos.

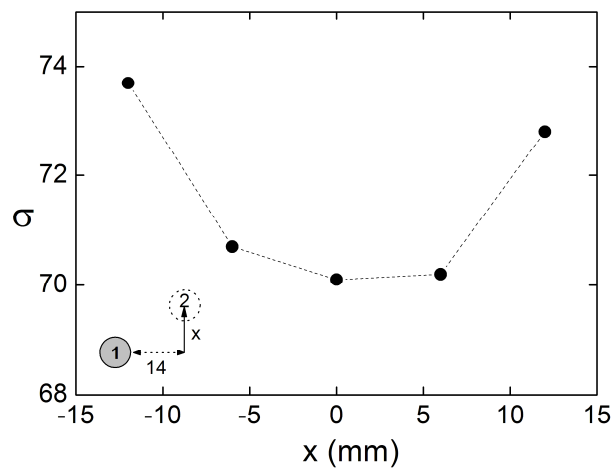


Fig. 7. Desviación cuadrática entre experimento y simulación moviendo el cilindro 2. El dibujo de referencia corresponde a la vista a 0° en la Fig. 3. La posición del cilindro 2 en el experimento es $x=0$.

Para explorar las posibilidades del autómata LBM desarrollado como herramienta de visualización se realizaron simulaciones de diferentes cuerpos virtuales de interés en computación gráfica. En la Fig. 8 se muestra la iluminación de una copa y una lámpara. La variación de los coeficientes de absorción y dispersión generan dos efectos visualmente distinguibles. El coeficiente de absorción afecta de forma inversamente proporcional la intensidad fotónica de la lattice resultante. Por otro lado, el coeficiente de dispersión genera iluminaciones geométricas en función de las direcciones discretas del modelo LBM cuando su magnitud es cercana a 0, efecto que desaparece con el aumento de μ_s dando lugar a una disposición más homogénea de las densidades fotónicas. Adicionalmente, se puede observar un efecto interesante sobre el pie de la copa. Este fenómeno es producto de la dispersión de fotones que colisionan con la sección superior del objeto, donde los mismos son desviados en dirección del pie de la copa, produciendo el reflejo.

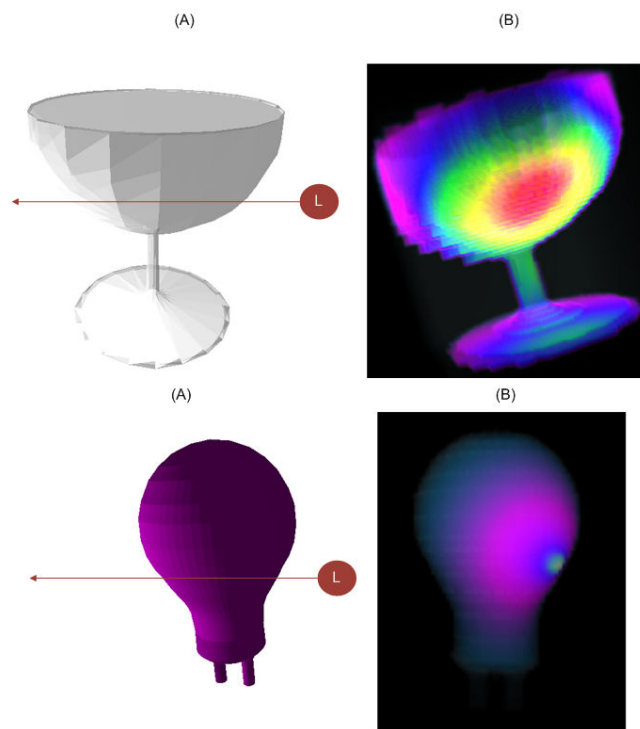


Fig. 8. Visualización de la iluminación de objetos translúcidos. Malla 3D (derecha), Simulación LBM (izquierda). Propiedades del objeto en cm^{-1} $\mu_a = 0$, $\mu_s = 40$.

4 Conclusiones

Se presentó un autómata de Lattice Boltzmann para la simulación de la difusión de luz visible en materiales translúcidos, que modela el transporte de fotones en la materia mediante una matriz de colisión y absorción definida en cada celda de un dominio espacial. El modelo fue validado con datos experimentales medidos en un ambiente controlado de laboratorio. Se mostró la potencialidad del autómata para la reconstrucción de tomografías en base a la información contenida en la luz que se transmite y difunde dentro de los objetos, aunque es necesario trabajar sobre algoritmos de búsqueda eficiente debido al alto costo computacional. Dos áreas interesantes para explorar son las aplicaciones del autómata desarrollado en computación gráfica y diseño industrial, y la simulación de la variación temporal del transporte de fotones en la materia, para la cual recientemente se han desarrollado técnicas experimentales capaces de medirla.

Referencias

1. CHOPARD B., DROZ M.: Cellular Automata Modeling of Physical Systems. Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 1998.
2. EBERT D., PARENT R.: Rendering and animation of gaseous phenomena by combining fast volume and scanline a-buffer techniques. ACM Computer Graphics (SIGGRAPH '90) 24, 4 (August 1990), 357--366
3. FRISCH U., HASSLACHER B., POMEAU Y.: Lattice-gas automata for the navier-stokes equation. Physical Review Letters 56 (April 1986), 1505--1508.
4. GIRAUD L., D'HUMIERES D., LALLEMAND P.: A lattice boltzmann model for jeffreys viscoelastic fluid. Europhysics Letters 42 (June 1998), 625-630.
5. HE X., CHEN S., DOOLEN G.: A novel thermal model for the lattice boltzmann method in incompressible limit. Journal of Computational Physics 146 (1998), 282--300.

6. HIGUERA F., SUCCI S., BENZI R.: Latticegas dynamics with enhanced collisions. *Europhysics Letters* 9 (June 1989), 345-349.
7. KAJIYA J., HERZEN B. V.: Ray tracing volume densities. *ACM Computer Graphics (SIGGRAPH '84)* 18, 3 (July 1984), 165--174.
8. LANGUÉNOU E., BOUATOUCH K., CHELLE M.: Global illumination in presence of participating media with general properties. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering (Darmstadt, Germany, June 1994)*, pp. 69-85.
9. LI W., WEI X., KAUFMAN A.: Implementing lattice boltzmann computation on graphics hardware. *The Visual Computer* 19, 7-8 (2003), 444--456.
10. MAX N. L.: Efficient light propagation for multiple anisotropic volume scattering. In *Fifth Eurographics Workshop on Rendering (Darmstadt, Germany, June 1994)*, pp. 87--104.
11. RUSHMEIER H., TORRANCE K.: The zonal method for calculating light intensities in the presence of a participating medium. In *Proc. SIGGRAPH '87 (July 1987)*, pp. 293--302.
12. SAKAS G.: Fast rendering of arbitrary distributed volume densities. In *Proc. Eurographics '90 (September 1990)*, pp. 519--530.
13. WEI X., LI W., MUELLER K., KAUFMAN A.: The lattice-boltzmann method for gaseous phenomena. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics* 10, 2 (2004)